

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
ДОНБАССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

2. НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

Конспект лекций и методические указания
к изучению курса "Механика подземных сооружений"
(для студентов специальности 0904)

*У т в е р ж д е н о
на заседании кафедры
Строительные геотехнологии*

Протокол № 2 от 01.09.13

Алчевск ДонГУ 2013

УДК 622.013.2

В модуль 2 включен обобщенный и систематизированный, научный и фактический материал, отсутствующий в учебниках и доступной для студентов технической литературе. Приведены все основные постановки задач, расчетные соотношения и экспериментальные методы изучения напряжений в горных породах. Даны вопросы для самопроверки, приведен перечень возможных лабораторных работ.

Весь учебный материал разделен на 5 модулей по 5 тем, в конце каждого модуля приведены методические указания по изучению материала курса, вопросы для контроля усвоения знания и рекомендации помогут быть полезными для студентов родственных горных специальностей (0902, 0301, 0808, 0901, 0906 и др.), стажеров-исследователей и аспирантов.

Составитель

Г.Г. Литвинский, проф.

Отв. за выпуск

, доц. Фесенко Э.В.

МОДУЛЬ 2. НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

Тема 2.1. ИСХОДНОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МАССИВА

До начала ведения горных работ массив находится в исходном напряженном состоянии, которое зависит от многих факторов (свойств пород, глубины структурного строения, тектоники и др.).

Упругий массив только под действием сил гравитации - простейший случай. Граничным условием для элементарного кубика породы на глубине H будет (рис. 2.1): отсутствие горизонтальных деформаций $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$ из условий симметрии для напряжений $\sigma_x = \sigma_y$. Вес пород создает $\sigma_z = \gamma H$.

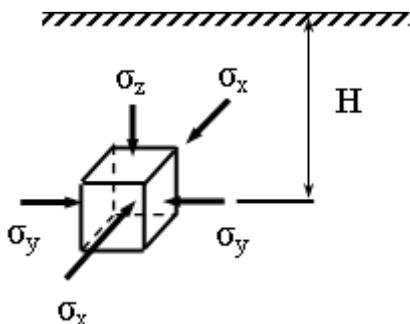


Рисунок 2.1 - Расчетная схема напряженного состояния упругого массива

Из обобщенного закона Гука (1.3) после подстановки граничных условий получим формулу А.Н.Динника

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_z = \frac{\nu}{1-\nu} \gamma H. \quad (2.1)$$

В более общем случае

$$\sigma_x = \sigma_y = \lambda \sigma_z, \quad (2.2)$$

где λ - коэффициент бокового распора.

На "больших" глубинах из-за ползучести пород $\lambda \rightarrow 1$, т.е. напряженное состояние релаксирует и стремится к гидростатическому (гипотеза Гейма).

Если массив - идеальное сыпучее тело, то при достижении им предельного состояния, когда $\sigma_z = A\sigma_x$, получим $\sigma_x = (1/A)\sigma_z$, т.е. из (2.2.)

$$\lambda_- = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} = \frac{1}{A} = \frac{1 - \sin \rho}{1 + \sin \rho} \quad (\text{при } \lambda_c > \lambda_y). \quad (2.3)$$

Для идеально связанного массива, когда он переходит в предельное состояние (см. соответствующий круг О.Мора),

$$\sigma_z = A\sigma_x + \sigma_{сж},$$

горизонтальное напряжение

$$\sigma_x = (\sigma_z - \sigma_{сж})/A = \lambda_c(\sigma_z - \sigma_{сж}), \quad (2.4)$$

учитывая, что $\sigma_z = \gamma H$, можно найти глубину, на которой массив переходит в предельное состояние, приравнявая (2.1) и (2.4):

$$H_n = \frac{1}{\gamma} \sigma_{-c} \frac{\lambda_-}{\lambda_c - \lambda_-}; \quad (\lambda_c > \lambda_y). \quad (2.5)$$

Из (2.5) следует, что при $\lambda_c \leq \lambda_y$ массив всегда находится в упругом состоянии (2.1) и не существует предельной глубины, где он переходит в предельное состояние.

Влияние слоистости массива приводит к сложным эффектам, усиливающимся при углах падения, близких к 45...60°:

главные площадки повернуты в пространстве, а главные напряжения меняются от пласта к пласту;

чем ближе жесткий пласт, тем больше там исходные напряжения.

Под коэффициентом бокового распора теперь следует понимать отношение минимального напряжения к максимальному, причем следует указывать углы наклона главных площадок:

$$\lambda = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$$

Геологические структуры и нарушения - источник значительных аномалий в распределении напряжений нетронутого горного массива (рис.2.3). В синклиналих напряжения повышены, в антиклинальных - понижены. В разрывных нарушениях, как правило, на подвинутом крыле смесителя наблюдается разгрузка, а в зоне надвинутого крыла наблюдается повышенная концентрация напряжений. (Дайте физическую интерпретацию).

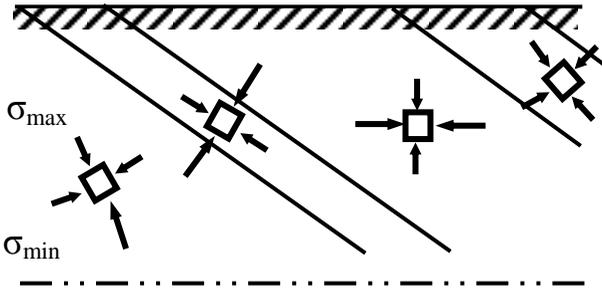
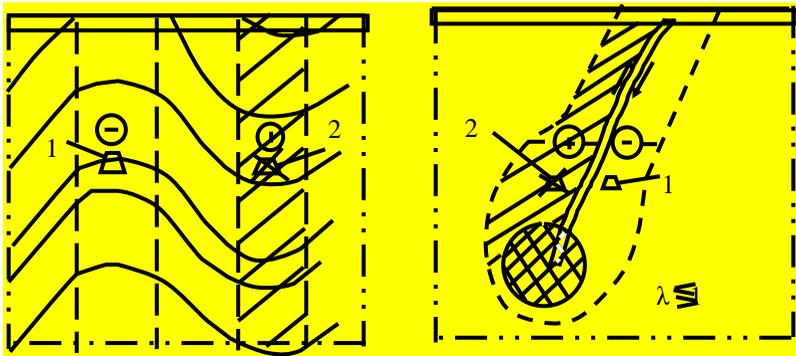


Рисунок 2.2 - Влияние слоистости на распределение напряжений в массиве



⊕ - пригрузка; ⊖ - разгрузка; - перенапряжения; - выработки устойчивы; - разрушение пород; --- границы зон.

Рисунок 2.3 - Напряжения в области пликативных (а) и дизъюнктивных (б) дислокаций:

Для определения напряжений необходимо выполнять их экспериментальные измерения в массиве (см. тему 2.5).

Влияние рельефа местности особенно заметно в горных районах. Путем прямых экспериментальных измерений напряжений в массиве и использованием расчетов методом конечных элементов (МКЭ) установлено, что (без учета тектоники):

направление максимального главного нормального напряжения в зоне, близкой к поверхности параллельной склону и лишь на значительном удалении от склона становится вертикальным;

под возвышениями вертикальные напряжения меньше, а под углублениями (выемками) - больше веса столба пород;

влияние рельефа местности ослабевает с глубиной.

Поэтому при проектировании и строительстве горных предприятий, из-за невозможности достоверно рассчитать исходное поле напряжений в массиве, необходимо измерять действующие в массиве напряжения.

Тема 2. КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ ВОКРУГ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

При проведении горной выработки происходит перераспределение напряжений в окружающих породах: одни из компонентов тензора напряжений возрастают, другие уменьшаются. Степень изменения напряжений по сравнению с исходным их уровнем называется концентрацией (деконцентрацией).

Напряжения вокруг круглой выработки. Рассмотрим решаемую в курсе сопротивления материалов задачу о напряженном состоянии кругового кольца (рис. 2.4).

Для этого необходимо совместно решить систему из уравнения равновесия в полярной системе координат

$$\sigma_{r,r} + (\sigma_r - \sigma_\theta)/r = 0, \quad (2.6)$$

геомеханические уравнения

$$\varepsilon_r = U_{,r}; \quad \varepsilon = U/r, \quad (2.7)$$

физические уравнения (обобщенный закон Гука)

$$\varepsilon_i = E^{-1}[\sigma_i - \nu(\sigma_j + \sigma_k)], \quad (i, j, k = r, \theta, z) \quad (2.8)$$

с граничными условиями при $r = a : \sigma_r = q$ при $r = r_1 : \sigma_r = p$. В уравнениях (2.6), (2.7) и далее запятая в индексе обозначает дифференцирование по координате, указанной после запятой.

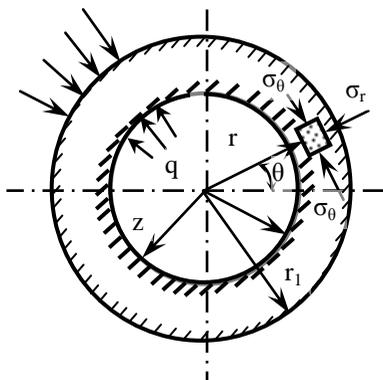


Рисунок 2.4 - Напряженное состояние кольца

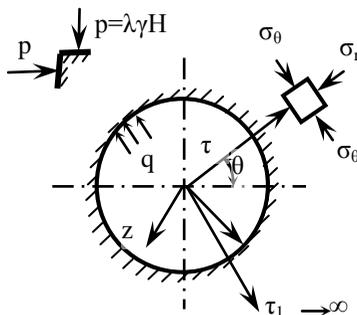


Рисунок 2.5 - Напряжения вокруг ствола

Решение этих уравнений дает

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{array} \right\} = \frac{pr_1^2 - qa^2}{r_1^2 - a^2} \mp \frac{(p - q)r_1^2}{r_1^2 - a^2} \cdot \frac{a^2}{r^2}. \quad (2.9)$$

Чтобы получить напряжения вокруг ствола (рис. 2.5), в формуле (2.9) необходимо устремить внешний радиус кольца r_1 к бесконечности.

Раскрывая неопределенности по правилу Лопиталя, получим

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{array} \right\} = p \mp (p - q) \frac{a^2}{r^2}, \quad (2.10)$$

где p - исходное напряженное состояние массива, можно для вертикального ствола принять $p = \lambda \cdot \gamma \cdot H$, Па;

λ - коэффициент бокового распора ($0 \leq \lambda \leq 1$);

q - отпор крепи, Па;

a - радиус выработки, м;

r - текущий радиус (расстояние от центра ствола до рассматриваемой точки), м.

Проанализируем важные закономерности распределения напряжений вокруг незакрепленного ствола (рис. 2.6):

- напряжения не зависят от упругих постоянных;
- на контуре $r = a$ концентрация σ_θ максимальна $\sigma_\theta/p = 2$, т.е. σ_θ удваивается и не зависит от размеров ствола;
- напряжение σ_θ и σ_r по мере роста r быстро стремятся к p ;
- максимальное касательное напряжение $\tau_{\max} = 0,5(\sigma_\theta - \sigma_r)$, вызывающее разрушение пород, быстро снижается до нуля и на расстоянии $3r/a$ равно только 11% от его значения на контуре.

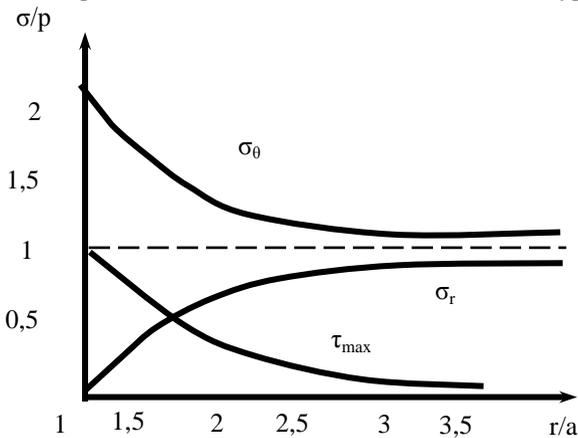


Рисунок 2.6 - График изменения напряжений вокруг ствола

Напряжения вокруг сферической выработки в гидростатически нагруженном массиве (рис. 2.7):

$$\sigma_\theta = \sigma_- = p \left(1 + \frac{a^3}{2r^3} \right), \quad (2.11)$$

$$\sigma_r = p \left(1 - \frac{a^3}{r^3} \right). \quad (2.12)$$

Эти формулы пригодны для приближенной оценки напряжений вокруг камер, сопряжений, забоев выработок.

Анализ закономерностей показывает, что напряжения очень быстро убывают по мере удаления от центра выработки, а концентрация напряжений в пространственном случае меньше, чем при плоском, и равна для тангенциальных напряжений 1,5. Максимальное касательное напряжение

$$\tau_{\max} = 0,5(\sigma_{\theta} - \sigma_r) = 0,75 a^3/r^3. \quad (2.13)$$

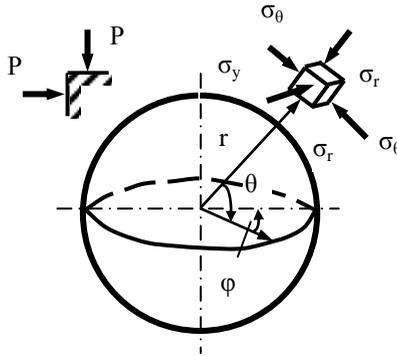


Рисунок 2.7 - Напряжения вокруг сферы

Постройте график изменения напряжений, подобный графику на рис.2.6. Получите формулы (2.11) и (2.12) из формул сопротивления материалов для сферических толстостенных сосудов. Сделайте сравнение с плоским случаем.

Напряжения вокруг круговой незакрепленной выработки при $\lambda \neq 1$ определяют методами математической теории упругости, в обозначениях рис.2.8.

$$\sigma_r = \frac{p}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \left[(1 + \lambda) - (1 - \lambda) \left(1 - 3 \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \right], \quad (2.14)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{p}{2} \left[(1 + \lambda) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + (1 - \lambda) \left(1 + 3 \frac{a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \right], \quad (2.15)$$

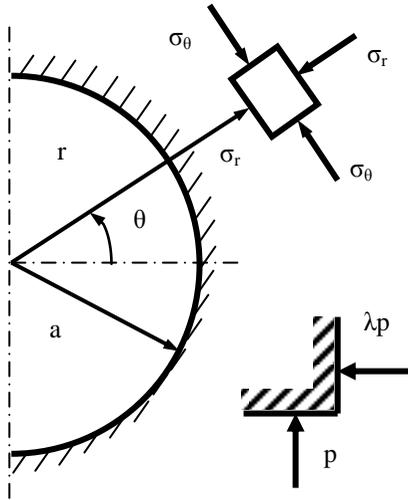


Рисунок 2.8 - Напряжения вокруг круговой выработки

При $\lambda = 1$ эти формулы переходят в ранее полученные для ствола и для выработки в гидростатическом поле напряжений (2.10), при отсутствии крепи $\sigma_r = q = 0$ (проверьте!).

Исследуйте, как изменяются напряжения σ_θ , σ_r и τ_{\max} в глубь массива при увеличении r/a в различных направлениях (например, при $\theta = 0; \pi/4; \pi/2$), для чего постройте графики, подобные рис. 2.6.

Очень важно знать, как распределяются напряжения по контуру круговой выработки, т.е. при $r = a$. Из (2.14) и (2.15) получаем $\sigma_r = 0$, (выработка без крепи: $q = 0$),

$$\sigma_\theta = p[1 + \lambda + 2(1 - \lambda)\cos 2\theta]. \quad (2.16)$$

Из (2.16) следует, что на контуре выработки напряжения σ_θ могут стать растягивающими (отрицательными). Например, напряжения в кровле (почве) выработки ($\theta = \pm\pi/2$), в ее боках ($\theta = 0; \pm\pi$) и при $\theta = \pi/4$ согласно (2.16)

$$\sigma_\theta^k = (3\lambda - 1)p; \sigma_\theta^b = (3 - \lambda)p; \delta_\theta = \pi/4 = (1 + \lambda)p. \quad (2.17)$$

Постройте эпюры напряжений σ_θ на контуре круговой выработки для разных коэффициентов бокового распора λ (рис. 2.9) и

укажите в точках $\theta = 0; \pi/4; \pi/2$ значения концентрации тангенциальных напряжений. Постройте эпюры напряжений σ_θ на контуре круглой выработки в зоне тектонических напряжений, когда коэффициент бокового распора $\lambda > 1$ и, например, $\lambda = 1,5; 3; 5$. Сравните эти эпюры напряжений с рис.2.9.

Обратите внимание на то, что при $\lambda < 1$ напряжения σ_θ максимальны в боках и минимальны в кровле и почве выработки. Вычислите σ_θ в точках $\theta = 0; \pm\pi/4; \pi/2$ для эпюр на рис. 2.9.

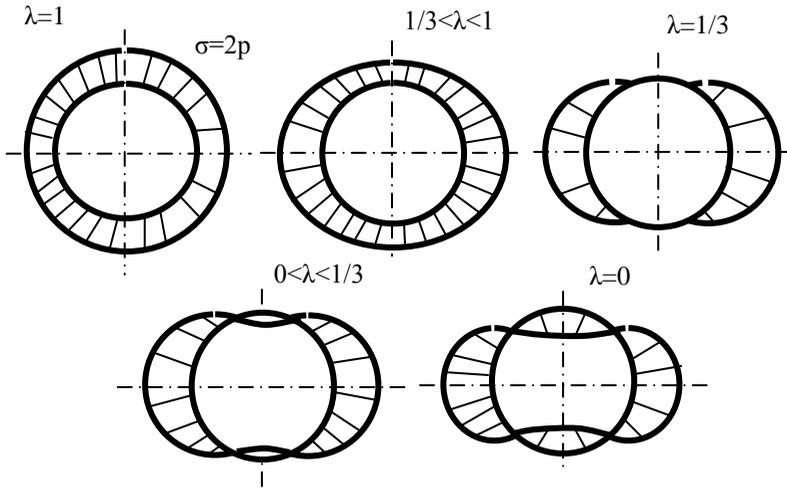


Рисунок 2.9 - Эпюры тангенциальных напряжений σ_θ на контуре круглой выработки при различных λ

Упругие перемещения вокруг выработки происходят сразу же после выемки породы. Для круглого поперечного сечения радиальные перемещения на контуре

$$U = \frac{ap}{E} [1 + \lambda + 2(1 - \lambda) \cos 2\theta] = \frac{ap}{E} \sigma_\theta. \quad (2.18)$$

При $\lambda < 1/3$ (при $\lambda = 0$ в массиве действуют только вертикальные исходные напряжения) в боках радиус контура возрастает $U > 0$, а в кровле и почве он уменьшается $U < 0$, т.е.

выработка принимает слегка эллиптическую форму. Оцените численные значения перемещений при $\lambda = 1; 0; 1/3$.

Напряжения на контуре эллиптической выработки зависит не только от p , λ и θ , но и от соотношения ее полуосей (рис. 2.10):

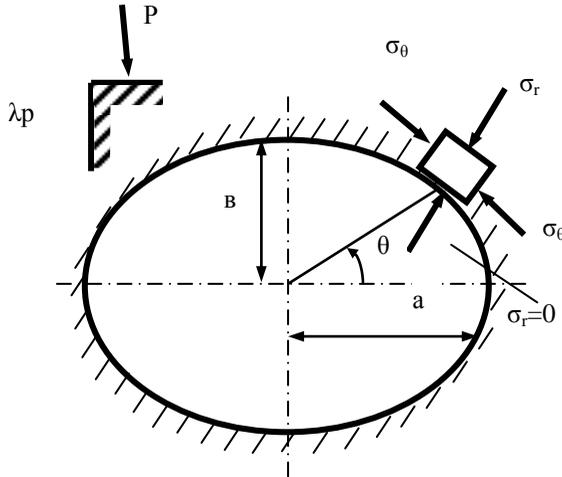


Рисунок 2.10 - Напряжения на контуре эллипса

$$\sigma_{\theta} = p \left\{ 1 + \lambda - \frac{2(a - \lambda b)(a \sin^2 \theta - b \cos^2 \theta)}{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta} \right\}, \quad (2.19)$$

где a и b - горизонтальная и вертикальная полуоси эллипса.

Проверьте, что если положить $a = b$, то формула (2.19) переходит в (2.16) для круглой выработки.

В массиве горных пород часто встречаются трещины, которые можно приближенно считать эллипсом, с одной из осей, равной нулю. При $a \rightarrow 0$ получим вертикальную, а при $b \rightarrow 0$ - горизонтальную трещины, а напряжения будут соответственно равны по всей их длине (кроме кончика):

$$\sigma_{\theta} = \pm p (1 - \lambda), \quad (2.20)$$

где знак плюс необходимо брать для вертикальных, а знак минус - для горизонтальных трещин в массиве.

Тангенциальные напряжения σ_{θ} в выработке эллиптической формы принимают экстремальные значения на вертикальных и горизонтальных осях ее контура (2.19):

на кровле и почве ($\theta = \pm\pi/2$)

$$\sigma_{\theta}^k = p(-1 + \lambda + 2 \lambda b / a), \quad (2.21)$$

в боках эллиптической выработки ($\theta = 0, \pi$)

$$\sigma_{\theta}^b = p(1 - \lambda + 2 a / b). \quad (2.22)$$

Оптимальная форма выработки в однородных породах должна обеспечить равновероятность разрушения пород на контуре. Путем изменения соотношения полуосей выработки обеспечим требуемое условие $\sigma_{\theta} = \text{const}$ на контуре, т.е. $d\sigma_{\theta} / d\theta = 0$. Это соблюдается, если в (2.19) числитель дроби равен нулю:

$$a - b\lambda = 0.$$

Отсюда получаем важный теоретический результат

$$a / b = \lambda. \quad (2.23)$$

Следовательно, выработка обладает максимальной устойчивостью, если она имеет форму эллипса, отношение полуосей a / b у которого равно коэффициенту бокового распора λ .

Обратите внимание, что большая ось эллипса ориентирована вдоль главного напряжения в массиве, т.е. при $\lambda < 1$ выработки должны быть узкие и высокие. Такой вывод противоречит функциональным требованиям размещения оборудования и движения транспорта, согласно которым выработки должны быть низкие и широкие.

В этом суть главного технического противоречия, которое вырастает в сложную проблему обеспечения эксплуатационной устойчивости выработок. Ее решение требует принципиально новых подходов и творческих поисков в процессе деятельности от горного инженера.

Определите, какие напряжения σ_0 действуют на контуре выработки оптимальной формы.

Тема 2.3. ИНЖЕНЕРНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЙ НА КОНТУРЕ ВЫРАБОТКИ

По технологическим соображениям поперечному сечению выработок придают различные формы, часто достаточно сложные, но, как правило, выпуклые. Для определения напряжения на их контуре в ДонГТУ разработан графоаналитический метод, пригодный для протяженных выработок с соотношением наибольшего и наименьшего размеров в пределах

$$0.2 < a/b < 5. \quad (2.24)$$

Сущность метода состоит в определении напряжений вокруг эллипса сравнения (эллиптического отверстия той же площади и с тем же соотношением размеров), а затем введении поправок на участках, где реальный контур отклоняется от эллиптического. Эти отклонения трактуются как выступы или впадины на контуре эллипса, причем концентрация напряжения прямо пропорциональна приведенной кривизне контура в рассматриваемой точке. Таким образом, разработанный метод относится к методам вариации формы границы (рис.2.11).

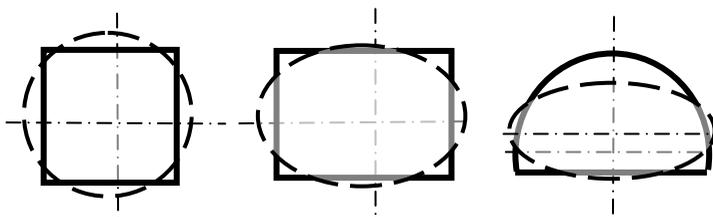


Рисунок 2.11 - Эллипсы сравнения для выработок разной формы (квадратной, прямоугольной, сводчатой)

Метод расчета доступен, прост и обеспечивает вполне удовлетворительную точность для выработок выпуклой формы (ошибка не более $\pm 10\%$). Расчетная схема метода определения напряжений представлена на рис. 2.12., где указаны необходимые исходные данные. Геометрические параметры выработки (ширина $2a$,

высота $2b$, площадь S , радиус кривизны R_i^k в любой из точек i - контура) следует взять из проектных документов. Данные об исходном напряженном состоянии массива горных пород до проведения выработки получают путем экспериментальных измерений или расчетным путем.

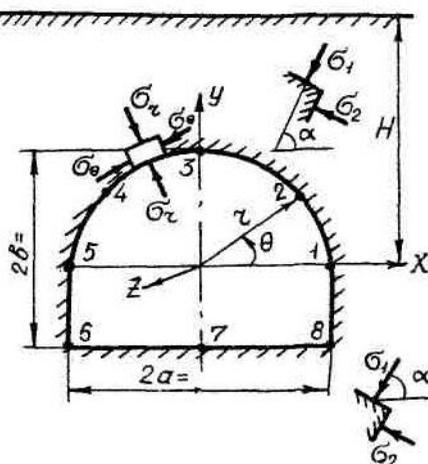


Рисунок 2.12 - Расчетная схема:
 S ; a ; b ; R_i^k - геометрия выработки;
 σ_1 ; σ_2 ; α - исходные напряжения в массиве

Для построения эпюры тангенциальных напряжений на контуре выработки следует воспользоваться алгоритмом и расчетными формулами, приведенными на рис. 2.13.

Расчет вести в такой последовательности:

- а) Вычислить площадь сечения выработки в черне.
- б) Найти центр тяжести сечения выработки общеизвестными методами теоретической механики, применив формулы:

$$X_{.b} = \frac{\sum X_i S_i}{S}; \quad Y_{.b} = \frac{\sum Y_i S_i}{S}, \quad (2.25)$$

где $X_{ц}$, $Y_{ц}$ - координаты центра тяжести сечения S по оси X и Y в выбранных осях координат;

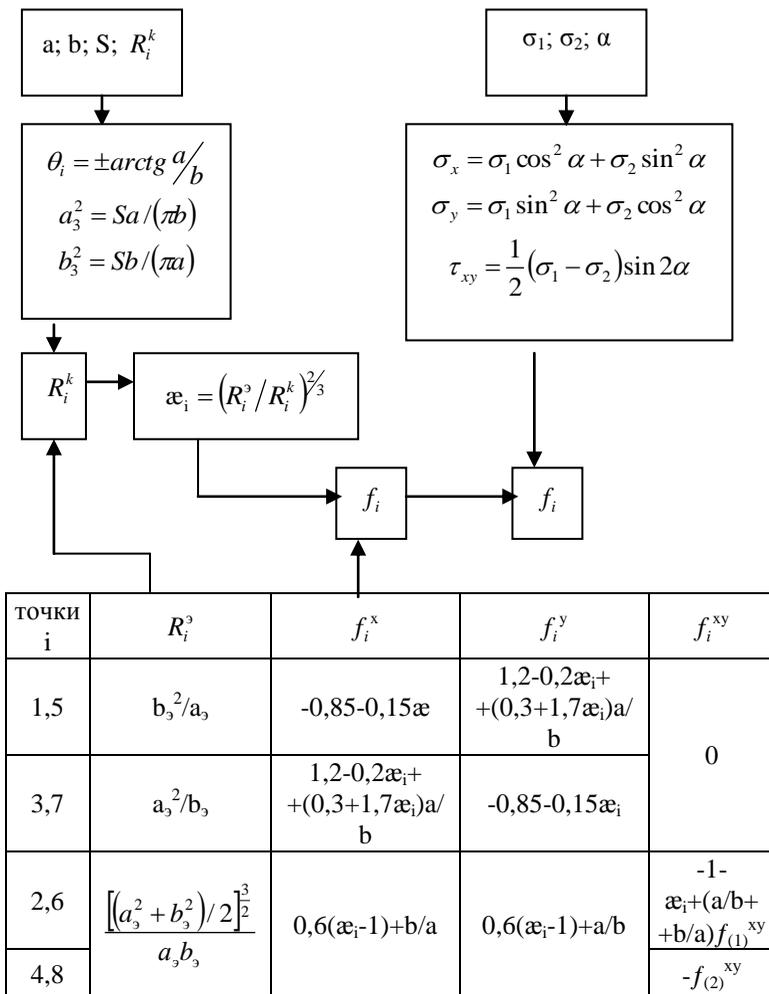


Рисунок 2.13 - Алгоритм и формулы для расчета напряжений

X_i , Y_i - координаты центра тяжести вспомогательных площадей S_i , на которое разбивается сечение выработки S .

Поместить в центр тяжести начало прямоугольной системы координат XOY, ориентируя ее по осям симметрии выработки.

в) Обозначить номерами точки контура, в которых будут вычисляться напряжения, четыре нечетные точки поместить в местах пересечения координатных осей с контуром, а четыре четные точки расположить под углом к оси OX, определенным по формуле

$$\theta_i = \pm \arctg(b/a). \quad (2.26)$$

г) Вычислить полуоси эллипса сравнения по формулам:

$$a_s = \sqrt{\frac{Sa}{\pi b}}; \quad b_s = \sqrt{\frac{Sb}{\pi a}}. \quad (2.27)$$

д) Определить радиусы кривизны эллипса сравнения в каждой его характерной точке:

$$R_1^s = R_5^s = \frac{b_s^2}{a_s}; \quad R_3^s = R_7^s = \frac{a_s^2}{b_s}; \quad (2.28)$$

$$R_2^s = R_4^s = R_6^s = R_8^s = a_s^{-1} b_s^{-1} [0,5(a_s^2 + b_s^2)]^{3/2}. \quad (2.29)$$

Из заданных геометрических размеров проектного сечения выработки найти все радиусы кривизны реального контура R_i (на прямолинейных участках положить $R^k = \infty$).

е) Найти приведенную кривизну каждой i -й точки контура выработки по формуле

$$\chi = (R_i^s / R_i^k)^{2/3}. \quad (2.30)$$

Для угловых точек контура принять $\chi_L = 6$.

ж) Для определения вспомогательных функций надо воспользоваться формулами, приведенными в табл. 2.1.

Таблица 2.1 Формулы для расчета напряжений

Номер точки контура	R_i	Вычисление вспомогательных функций f_i		
		f_i^x	f_i^y	f_i^{xy}
1,5	b_3^2/a_3	$-(\chi_i+5)/6$	$1,2-0,2\chi_i+ (0,3+1,7\chi_i)a/b$	0
3,7	a_3^2/b_3	$1,2-0,2\chi_i+ (0,3+1,7\chi_i)b/a$	$-(\chi_i+5)/6$	0
2,6		$0,6(\chi_i-1)+$	$0,6(\chi_i-1)+$	$-1-\chi_i-(1/6)(a/b+$
4,8				$+b/a)(\chi_i+5)$
		$+b/a$	$+a/b$	$1+\chi_i+(1/6)(a/b+$
				$+b/a)(\chi_i+5)$

з) Величину максимального напряжения σ_1 , если нет экспериментальных данных, принять равной давлению вышележащей толщи массива, а напряжение σ_2 принять в соответствии с предельно возможными моделями поведения пород массива:

$$\sigma_1 = p = \gamma H; \quad \sigma_2^y = \lambda_y \sigma_1; \quad \sigma_2^r = \sigma_1, \quad (2.31)$$

где λ_y - коэффициент бокового распора в упругом массиве,

$$\lambda_- = \frac{\nu}{1-\nu}, \quad (2.32)$$

ν - коэффициент Пуассона вмещающих выработку пород массива, вычислить как средневзвешенный:

$$\nu = \frac{\sum \nu_i m_i}{\sum m_i}, \quad (2.33)$$

m_i - мощность i -го пласта пород, по которому пройдена выработка;

ν_i - коэффициент Пуассона соответствующего пласта породы. Направление максимального напряжения σ_1 принять перпендикулярным напластованию пород.

Для определения действующих по осям симметрии выработки напряжений в массиве следует воспользоваться формулами:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha; \\ \sigma_y &= \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha; \\ \tau_{xy} &= 0,5(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha,\end{aligned}\tag{2.34}$$

где α - угол между осью X и направлением действия напряжения σ_1 .

и) Рассчитать напряженное состояние пород в каждой характерной точке контура выработки по формуле

$$\sigma_i = \sigma_x f_i^{(x)} + \sigma_y f_i^{(y)} + \tau_{xy} f_i^{(xy)}.\tag{2.35}$$

к) Вычисления вести в табличной форме (табл. 2.2) для обоих случаев распределения напряжений в массиве σ_2^y и σ_2^r , принимая в каждой точке контура наиболее неблагоприятный случай.

Таблица 2.2 - Расчет напряжений на контуре выработки

NN точек	R_i^k , м	R_i^p , м	χ_i	f_i^x	f_i^y	f_i^{xy}	σ_i , МПа		[σ], МПа		$\omega =$ $\sigma_{\theta}^{\max} / [\sigma]$
							$\lambda=1$	$\lambda=\lambda_{\text{вп}}$	сж.	раст.	
1											
2											
3											
...											
8											

л) Построить эпюру напряжений на контуре выработки, руководствуясь следующими закономерностями:

- на гладких участках контура напряжения меняются плавно;
- в угловой точке контура напряжения претерпевают резкие местные возмущения (всплески в виде "пиков");
- размер участка влияния угловой точки на контуре пропорционален отклонению реального контура от эллипса сравнения;
- скорость изменения напряжений по углу θ пропорциональна изменению приведенной кривизны контура χ .

Эпюры напряжений следует построить на развертке проектного контура горной выработки для разных случаев распределения напряжений в массиве, затем выбрать наиболее неблагоприятные значения напряжений и построить по ним огибающую.

В качестве упражнений полезно определить напряжения на породном контуре квадратной, прямоугольной и других форм выработок, проанализировать закономерности их распределения.

Влияние неоднородности и анизотропии горных пород на концентрацию напряжений вокруг выработок может быть очень значительным.

Из темы 2.1 следует, что если массив слоистый, то напряжения существенно изменяются от пласта к пласту и тем больше, чем сильнее разнятся их упругие характеристики. Поэтому при пересечении выработкой слоев пород с различным исходным напряженным состоянием распределение напряжений вокруг породного контура существенно усложнится. Аналитического решения подобной задачи не существует. Результаты, полученные методом конечных элементов (МКЭ) и другими численными методами, позволили установить ряд закономерностей:

при однородном исходном напряженном состоянии слоистого массива концентрация напряжений на контуре выработки резко возрастает в пластах с более жесткими упругими характеристиками и снижается в более "слабых" слоях пород;

степень изменения напряженного состояния в слое на контуре по сравнению с напряжениями в однородном массиве зависит от относительного содержания по мощности этого слоя в массиве и степени отличия его упругих характеристик от "средних" по массиву, рассматриваемому как квазиоднородный;

если рассматривать массив как квазиоднородный с осредненными упругими характеристиками при исходном неоднородном напряженном состоянии, присущем неоднородному слоистому массиву, то различия напряжений в слоях на контуре выработки будут несколько сглаживаться;

при решении задач об упругом распределении напряжений вокруг выработок, расположенных в слоистом массиве, необходимо использовать расчетную схему И.В.Родина, позволяющую избежать существенных ошибок при определении напряжений и смещений в окрестности выработки.

Расчетная схема была предложена И.В.Родиным в 1951г. и заключается в применении метода суперпозиции (наложения). Вначале

определяют напряженно-деформированное состояние (НДС) нетронутого горного массива под действием сил гравитации без выработки (рис. 2.14,а), а затем в нем проводят выработку и определяют дополнительно напряженно-деформированное состояние пород от "снятия" напряжений на ее контуре (рис. 2.14,б). Сумма начального и дополнительного полей напряжений и деформаций дает решение задачи. Полезно схеме И.В.Родина сравнить с обычной расчетной схемой (рис. 2.14,в).

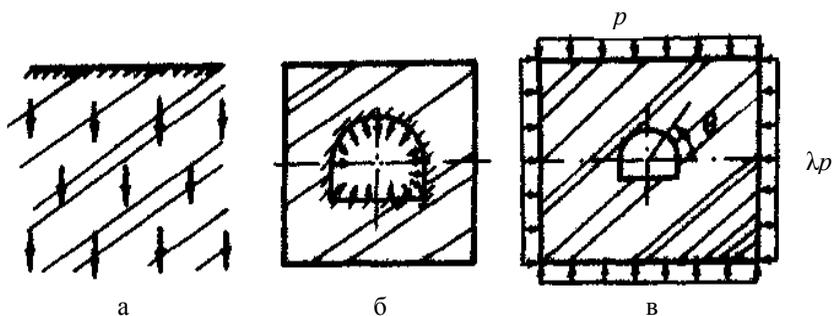


Рисунок 2.14 - Расчетные схемы определения НДС вокруг горной выработки:

а - силы гравитации в слоистом массиве;

б - "снимаемые" напряжения на контуре выработки;

в - невесомый массив с выработкой, нагруженной на удаленных границах.

Как правило, "обычная" расчетная схема вполне приемлема для однородного изотропного упругого массива, т.е. при идеализированных постановках задачи о НДС вокруг выработок (рис. 2.14,в).

Тема 2.4. ОПТИКО-ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЙ МЕТОД ИЗУЧЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ

Этот метод может быть с успехом использован в основном для качественного, а в ряде случаев и для количественного анализа

распределения напряжений в упругом массиве вокруг выработок, особенно при их сложной форме и взаимном расположении в пространстве.

Метод основан на способности некоторых прозрачных материалов приобретать под действием механической нагрузки свойство временного двойного лучепреломления. К таким материалам относятся целлулоид, оргстекло, бакелит, стекло, эпоксидная смола, игдантин и др. Величина временного двухлучепреломления линейно зависит от действующего напряжения.

Оптическое моделирование основано на соблюдении трех условий: моделируется упругое поведение массива;

в плоской задаче упругие постоянные не влияют на распределение напряжений (теорема М.Леви);

разность главных напряжений пропорциональна оптическому эффекту (закон Вертгейма).

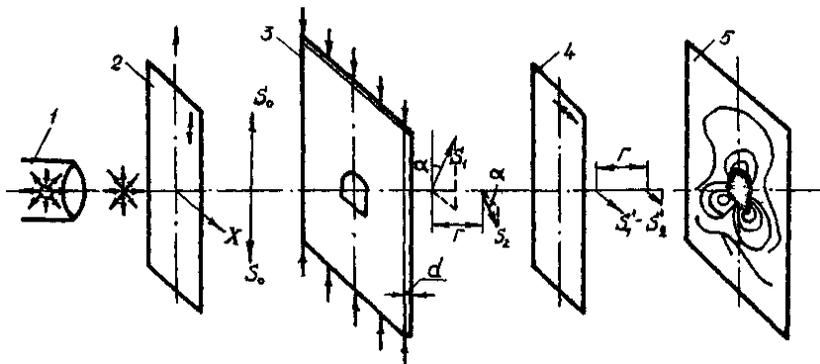


Рисунок 2.15 - Поляризационно-оптическая установка:

1 - источник света; 2 - поляризатор; 3 - модель; 4 - анализатор;
5 - экран

Моделирование проводят на установке (рис. 2.15), в которую помещают модель в виде пластинки 3 толщиной d из оптически активного материала, где выполнены в уменьшенном масштабе отверстия, имитирующие выработки. Луч света (белый или монохроматический) проходит через поляризатор 2, и в нем остаются колебания S_0 в вертикальной плоскости:

$$S_0 = a \cdot \cos \omega t, \quad (2.36)$$

где S_0 - величина колебаний в плоскости Y ;
 a - амплитуда колебаний;
 ω - частота колебаний;
 t - время.

Попадая в модель 3, свет разлагается на две составляющие колебаний во взаимно перпендикулярных плоскостях по главным площадкам действующих напряжений:

$$S_1 = S_0 \cdot \cos \alpha = a \cdot \cos \omega t \cdot \cos \alpha, \quad (2.37)$$

$$S_2 = S_0 \cdot \sin \alpha = a \cdot \cos \omega t \cdot \sin \alpha,$$

где α - угол между плоскостью колебаний лучей в поляризаторе 2 и на правлением главного напряжения в точке модели, через которую проходит луч.

Так как через модель оба луча (обыкновенный и необыкновенный) проходят из-за оптического эффекта с различными скоростями, между ними возникает разность фаз η :

$$S_1 = a \cdot \cos \alpha \cdot \cos \omega t, \quad (2.38)$$

$$S_2 = a \cdot \sin \alpha \cdot \cos(\omega t - \eta).$$

Соответствующие колебания S_1 и S_2 (см. рис.2.15) при прохождении через анализатор 4 "усекаются" в его плоскости поляризации и превращаются в лучи S_1' и S_2' , которые на экране 5 дают интерференционную картину с интенсивностью света в каждой точке:

$$I = K a^2 \cdot \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2(\pi r / \lambda), \quad (2.39)$$

где K - коэффициент пропорциональности;
 r - оптическая разность хода лучей в данной точке модели;
 λ - длина волны света.

Согласно основному закону фотоупругости (закону Вертгейма)

$$r = cd(\sigma_1 - \sigma_2) = 2cd\tau_{\max}, \quad (2.40)$$

где c - коэффициент оптической чувствительности материала модели $1/\text{Па}$;

d - толщина модели, м;

σ_1 и σ_2 - главные нормальные напряжения, Па;

τ_{\max} - максимальное касательное напряжение, Па.

Поэтому на экране 5 плоского полярископа в монохроматическом свете будет виден ряд интерференционных полос, связанных с распределением напряжений в модели. Из (2.39) следует, что луч света погасает, когда

1) $\alpha = 0$ или $\pi/2$, что свидетельствует о совпадении плоскости поляризации с направлением главных напряжений и позволяет определять путем совместного вращения поляризатора и анализатора изоклины, - линии одинакового направления главных напряжений;

2) $r = n\lambda$ ($n = 1, 2, 3\dots$), что характерно для точек с одинаковой разностью хода, т.е., согласно (2.40), с одинаковыми τ_{\max} ;

3) $r = 0$ - это происходит в особых точках, называемых изотропными, в которых $\sigma_1 = \sigma_2$. По этим точкам определяют структуру изоклин и полос, что очень важно при моделировании.

Максимальное значение интенсивности света будет наблюдаться в тех точках модели, где согласно (2.39):

1) $r = (2n+1)\lambda/2$, т.е. разность хода равна нечетному числу половолн;

2) угол $\alpha = 45^\circ$ между направлением главных напряжений и плоскостью поляризации.

При расшифровке картины полос на экране различают следующие линии:

изохрома - линии равных максимальных касательных напряжений,

$$r = \text{const}; \quad \tau_{\max} = \text{const};$$

изоклины - линии одинакового наклона главных напряжений к плоскости поляризации, $\alpha = \text{const}$;

изостаты - траектории главных нормальных напряжений.

С помощью метода фотоупругости были исследованы распределение напряжений вокруг выработок сложной формы, эффекты взаимовлияния выработок, напряжения в целиках и др.

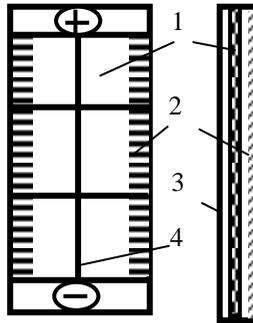


Рисунок 2.16 - Датчик

Интересен метод фотоупругих покрытий для измерения деформаций, а следовательно и напряжений, на поверхности крепей с помощью фотоупругих датчиков. Их изготавливают в виде пластинок 1 из эпоксидной смолы и наклеивают на крепь, подкладывая отражающий слой 3 (рис.2.16). При деформации крепи под действием напряжений датчик на ее поверхности def и в нем возникает оптический эффект, который измеряют в отраженном свете с помощью поляроида. Он выполнен в виде зажатой между двумя стеклами 1 поляроидной пленки 2 с перекрестьем 3 (рис. 2.17).

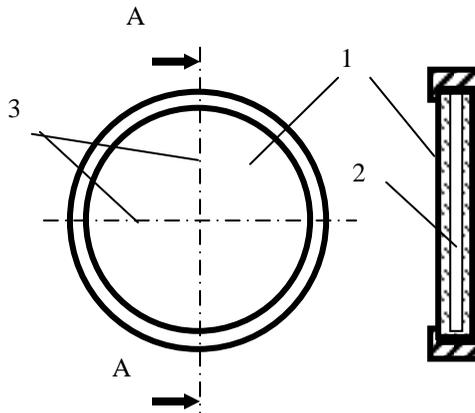


Рисунок 2.17 - Поляроид

При взятии отсчетов поляроид накладывают на датчик, так, чтобы нить перекрестья 3 совпала с продольной осью 4 датчика. Световой луч от источника, проходя через поляроид, поляризуется. После прохода через датчик 1 луч отражается от алюминиевого или серебряного слоя 3 анализируется глазом наблюдателя с помощью шкалы 2 датчика по смещению изохром.

Тема 2.5. ИЗМЕРЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В МАССИВЕ ГОРНЫХ ПОРОД

Изучение напряженного состояния массива дает ценные исходные данные для суждения об условиях подземной добычи, строительства подземных сооружений, устойчивости породных обнажений горных выработок. На этих данных основаны методы прогноза поведения массива горных пород, расчеты горного давления и крепи, обоснование геомеханических параметров горноинженерных воздействий на массив. Измерения напряжений широко проводятся во всех странах с развитой горнодобывающей промышленностью. Хотя это требует сложных и в ряде случаев трудоемких работ, их стоимость многократно окупается при проектировании, строительстве и эксплуатации шахт.

Для определения напряженно-деформированного состояния массива разработаны различные методы, классификация которых приведена на рис.2.18.



Рисунок 2.18 - Классификация методов измерения напряжений

Метод разгрузки (рис. 2.19) предназначен для определения абсолютных значений напряжений в массиве горных пород и основан на использовании упругого восстановления формы элемента породы (например, керна породы) при искусственном отделении его от массива. Упругие деформации восстановления измеряют с помощью тензометров, а напряжения вычисляют по формулам теории упругости.

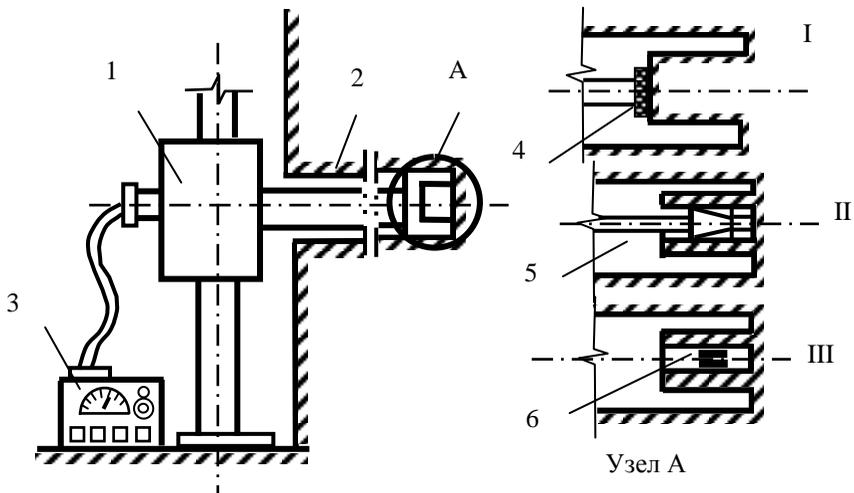


Рисунок 2.19 - Схема измерения напряжений методом разгрузки:
 I - по ВНИМИ; II - по Хасту; III - по Лиману; 1 - буровой станок;
 2 - измерительная скважина; 3 - аппаратура; 4 - датчик; 5 - деформометр; 6 - наклеиваемые тензометры

Различают при выбурировании керна в методе разгрузки три способа измерения упругого восстановления:
 торца скважины (по ВНИМИ);
 диаметра центрального отверстия (по Хасту);
 стенок центрального отверстия (по Лиману).

Тензометр сопротивления (рис. 2.20) для измерения деформаций состоит из нескольких петель 2 тонкой проволоки с выводами 1, укрепленных на бумаге 3. Его наклеивают на зачищенный участок породы по схеме измерительного моста (рис. 2.21), в котором измеряют изменение сопротивления тензометра, обычно пропорциональное деформации породы. Измерительный мост состоит из рабочего 1 и компенсационного тензометров, размещенных в скважине, вольтметра 4, переменного 5 и постоянного 6 резисторов и батарейки 7.

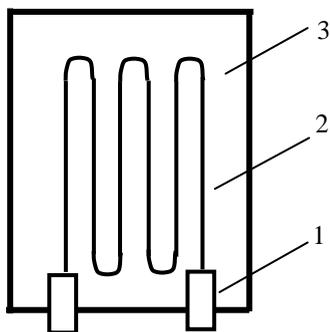


Рисунок 2.20 - Тензометр

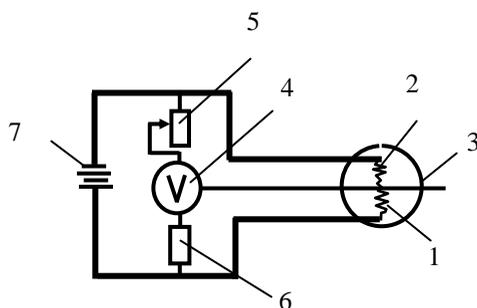


Рисунок 2.21 - Измерительный мост

Для измерения напряжений в массиве следует по методу разгрузки пробурить не менее трех скважин. (Попытайтесь объяснить, почему?).

С целью измерения напряжений на поверхности породного обнажения применяют метод частичной разгрузки. Его сущность состоит в том, что при бурении скважины вокруг нее происходит перераспределение напряжений. Измерив деформации пород, вызванные пробуренной скважиной, можно по формулам теории упругости вычислить действующие на поверхности напряжения. Для этого (рис. 2.22) на стенках выработки в вершинах равностороннего треугольника укрепляют анкерные болты А, В, С, между которыми натягивают тензометры а, в, с, и берут начальные отсчеты. В центре бурят шпур диаметром 45-60 мм, длиной не менее 100 мм, который

вызывает перемещение анкеров, что фиксируют тензотрамы. Величину и направления главных напряжений вычисляют по формулам теории упругости.

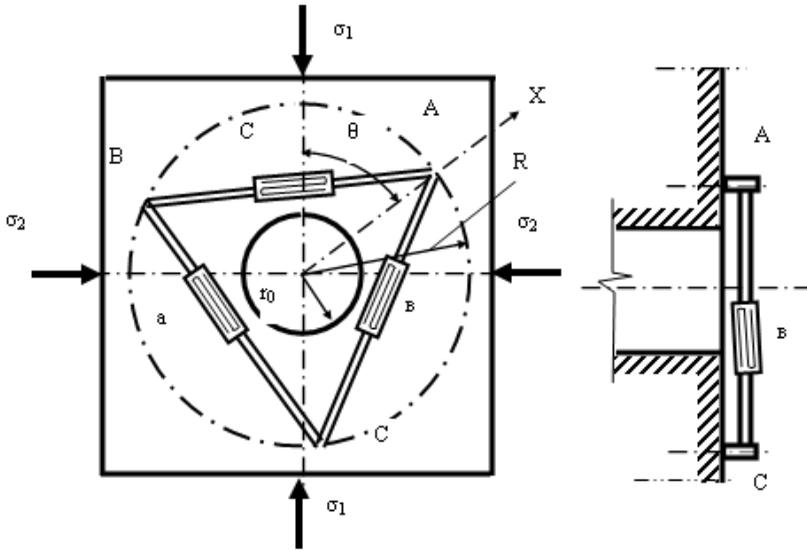


Рисунок 2.22 - Измерение напряжений методом частичной разгрузки

Метод компенсационной нагрузки (рис. 2.23) основан на принудительном восстановлении упругой деформации частично разгруженного щелью массива путем нагружения его гидродомкратами. Для этого на анкерах закрепляются тензотрамы 1, а затем образуют щель 2, которая частично разгружает приконтурный массив пород, что фиксируют тензотрамами 1. В щель 2 устанавливают гидродомкраты 3, которые соединены шлангом 4 с насосом 5. Давление домкратов 3 повышают насосом 5 до тех пор, пока отсчеты по тензотрамам 1 не станут равными исходным. Это давление считают равным нагрузке в массиве, нормальной к плоскости щели. (Оцените возможные погрешности, их причины).

Метод разности давлений (рис. 2.24) состоит в создании в глубине массива гидробаллоном 1 исходного давления путем нагнетания жидкости насосом 2 по шлангу 3. При изменении во времени напряжений в массиве давление в гидробаллоне 1 меняется,

что фиксируют с помощью прессрасходомера 4. Разность давлений считают пропорциональной изменению напряжений в массиве. (Насколько это верно?).

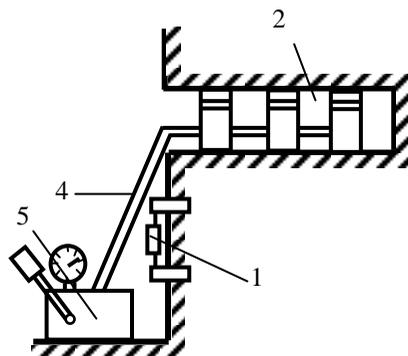


Рисунок 2.23 - Схема метода компенсационной нагрузки

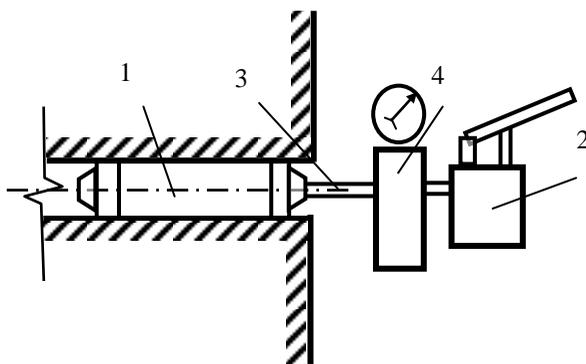


Рисунок 2.24 - Схема метода разности давлений

Метод упругих включений (рис. 2.25) основан на установке в шпур 1 фотоупругого датчика 2 с помощью клея 3 и анализа изменения напряжений в массиве по фотоупругому эффекту в датчике при его просвечивании лучами 4. (Какие возможны модификации?).

Метод буровых скважин (рис. 2.26) основан на измерении деформации скважины 1 в поперечном и продольном направлениях измерителем деформации 2, укрепленном на опоре 3. Связь с

регистрирующей аппаратурой идет по кабелю 4. (Подумайте над конструкцией деформометра).

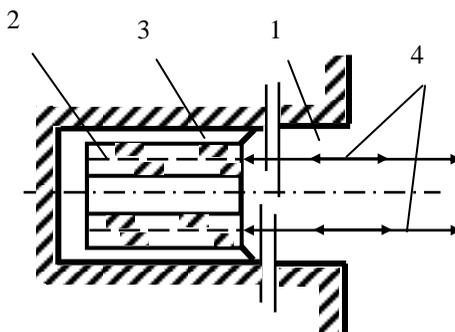


Рисунок 2.25 - Схема метода упругих включений

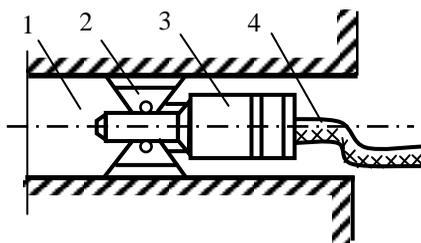


Рисунок 2.26 - Схема метода буровых скважин

Все вышеперечисленные методы измерения напряжений можно отнести к механическим. Им присущи общие принципиальные недостатки (дополните этот список):

горные породы должны отвечать условиям однородности, изотропности и упругости;

для расчета напряжений необходимо заранее определить упругие постоянные массива;

не учитывается трещиноватость, реологическое поведение пород. Из большого многообразия геофизических методов определения напряжений рассмотрим лишь несколько.

Акустический метод основан на том, что породы способны при микроразрушении под действием напряжений генерировать упругие

звуковые импульсы. Фиксируя их амплитудно-частотную характеристику, судят об уровне действующих напряжений. Отметим, что при микроразрушениях возникают также радиоволны, потоки фотонов и других частиц, что является основой других геофизических методов определения состояния массива. (Предложите их).

Ультразвуковой метод (рис. 2.27) состоит в использовании зависимости скорости упругих волн в массиве от его напряженного состояния. Чем более напряжен массив, тем больше скорость упругих волн. Эту зависимость определяют лабораторными испытаниями пород. В массиве бурят две скважины, в одну из которых устанавливают излучатель 1, а в другую - приемник 2 ультразвуковых волн с известным расстоянием между ними. Засекая время прохождения ультразвука, измеряют его скорость в породе, а затем по тарировочной зависимости определяют ее осредненное напряженное состояние. Перемещая приемник 2, получают возможность обследовать весь массив.

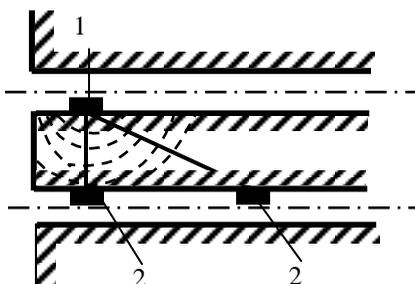


Рисунок 2.27 - Схема сквозного прозвучивания массива

Электрометрический метод (рис. 2.28) основан на зависимости проводимости породы от ее напряженного состояния. Для этого в скважине устанавливают электроды 1, 2 и измеряют электрическое сопротивление на базе между электродами. С помощью тарировочных зависимостей судят о напряженном состоянии пород.

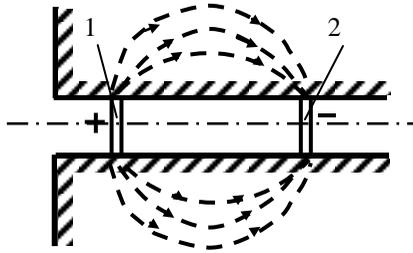


Рисунок 2.28 - Схема электрического каротажа массива

К недостаткам геофизических методов следует отнести их высокую чувствительность к помехам, трудность выделения полезного сигнала из шума и учета влияния трещиноватости, анизотропии, влажности (для электрических методов), усложнение аппаратуры при работе в условиях шахт, опасных по газу и пыли.

Результаты многочисленных длительных измерений напряжений в различных регионах земного шара представлены на рис. 2.29 (по данным Брауна и Хоека).

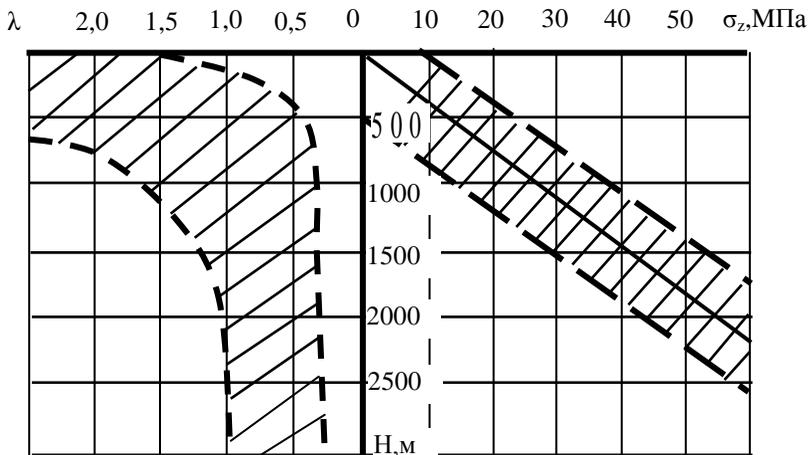


Рисунок 2.29 - Результаты измерений естественных напряжений в разных странах (области заштрихованы)

Измерения, проведенные в Австралии, США, Канаде, Скандинавии, Южной Африке и других районах земного шара, достаточно хорошо согласуются друг с другом и показали, что горизонтальные напряжения больше вертикальных, причем на малых глубинах $\lambda = 1,5 \dots 3$ и выше (рис. 2.29) Вертикальная составляющая σ_z пропорциональна глубине разработки, а средний объемный вес пород равен 0,027 МПа/м. Таким образом, средние значения вертикального напряжения σ_z и коэффициента бокового распора можно представить формулами:

$$\sigma_z = 0,027H \pm 10, \text{ МПа}; \quad (2.41)$$

$$100/H + 0,3 < \lambda < 150/H + 0,5. \quad (2.42)$$

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

I. Пополните свои знания, изучив материал и законспектировав разделы учебников и дополнительной литературы:

1. Баклашов И.В., Картозия Б.А. Механика подземных сооружений и конструкции крепей. - М.: Недра, 1984. - С. 72-79; 96-116; 155-158.

2. Техника контроля напряжений и деформаций в горных породах. Л.: Наука, 1979. - 232 с.

3. Ардашев К.А., Ахматов В.И., Катков Г.А. Методы и приборы для исследования проявлений горного давления. - М.: Недра, 1981. - 128 с.

4. Литвинский Г.Г. Инженерный метод оценки концентрации напряжений на контуре горных выработок различной формы //Разработка местор. полезн. ископаемых. Вып. № 38. - Киев: Техніка, 1974. - С.61-69.

5. Витте В. Механика скальных пород. - М.: Недра, 1990. С. 292-323.

II. Проверьте свои знания, ответив на вопросы и выполнив контрольные задания:

1. Докажите формулы (2.1), (2.3) и (2.5) и покажите, в чем состоит различие в исходных полях напряжений массива горных пород для этих случаев.

2. Дайте физическое объяснение влияние на напряженно-деформированное состояние (НДС) массива слоистости, структурного строения, тектоники, рельефа местности.

3. Какие закономерности распределения напряжений следуют из формулы (2.10)?

4. В чем сходство и различия НДС-пород вокруг круглой цилиндрической и сферической выработок?

5. Докажите формулы (2.17) и нарисуйте возможные эпюры тангенциальных напряжений на контуре круглой выработки. Как изменяются эпюры при наличии отпора крепи?

6. Как найти оптимальную форму выработки? Сформулируйте критерий оптимальности, проанализируйте его.

7. В чем сущность инженерного метода расчета напряжений ДонГТУ? Укажите его преимущества и недостатки.

8. Каковы закономерности распределения напряжений на негладком контуре выработки? Рассмотрите влияние неоднородности и анизотропии на НДС горных пород.

9. Сущность метода фотоупругости моделирования НДС массива. Укажите, на каких условиях основано оптическое моделирование.

10. Объясните принцип работы поляризационно-оптической установки.

11. Как можно применить для лабораторных и шахтных экспериментов метод фотоупругих покрытий?

12. Приведите классификацию методов измерения напряжений в массиве горных пород, дополните ее.

13. В чем состоит сущность методов разгрузки? Приведите примеры?

14. Объясните сходство и различие методов полной и частичной разгрузки, дайте анализ их достоинств и недостатков.

15. Укажите достоинства и недостатки геофизических методов измерений напряжений в массиве горных пород. Приведите примеры.

16. Объясните сущность тензометрирования и его применение в измерительной технике.

17. Дайте анализ результатов измерений естественных напряжений в массиве горных пород.

III. Выполните лабораторные работы:

1. Изучить устройство оптико-поляризационной установки ППУ-5 и методы расшифровки картины изохром.

2. Промоделировать напряженное состояние пород на контуре выработок различной формы с помощью установки ППУ-5 (варьируя коэффициент бокового распора).

3. Изучить на установке ППУ-5 эффективность активной разгрузки пород от напряжений.

4. метод фотоупругих покрытий для измерения напряжений в крепи горных выработок.

5. Применение тензометров для изучения напряженного состояния стальной рамной крепи.

IV. Изучите самостоятельно для углубления знаний внепрограммный материал:

1. Аналитические методы расчета напряженного состояния пород вокруг выработок.

2. Взаимовлияние близко расположенных горных выработок.

3. Распределение упругих напряжений в окрестности забоя горной выработки.

4. Сущность численных методов решения плоских задач теории упругости.

5. Обоснование формул инженерного метода ДонГТУ расчета напряжений.

6. Математическое обоснование, технология выполнения различных методов измерения напряжений в массиве горных пород.

7. Метод ДонГТУ проведения измерений на двух базах для перехода от образца к массиву.

8. Результаты измерения напряжений в массиве на шахтах СЖД.